

หน่วยที่

14

โหนดโวลเตจ (Node Voltage)

สาระสำคัญ

โหนดโวลเตจ เป็นการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอีกอย่างหนึ่ง ซึ่งอาศัยหลักการกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวคือ เราสามารถกำหนดจุดโหนดโวลเตจหลักลงในทุกจุดของวงจรเทียบกับจุดโหนดโวลเตจอ้างอิง แล้วกำหนดทิศทางของกระแสที่สมมติขึ้นกับทิศทางของแหล่งจ่าย

สาระการเรียนรู้

- 14.1 หลักการโหนดโวลเตจ
- 14.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยโหนดโวลเตจ
- 14.3 การแก้ปัญหาลำโวลเตจวงจรไฟฟ้าโดยใช้โหนดโวลเตจ

จุดประสงค์การเรียนรู้**จุดประสงค์ทั่วไป**

เพื่อให้นักเรียนมีความรู้และเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยใช้โหนดโวลเตจ และการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจรไฟฟ้า

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม**ด้านความรู้ (ทฤษฎี)**

1. บอกหลักการโหนดโวลเตจได้
2. อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยโหนดโวลเตจได้
3. เขียนสมการ โดยใช้โหนดโวลเตจได้
4. คำนวณหาค่าต่าง ๆ ในวงจรไฟฟ้า โดยใช้โหนดโวลเตจได้

ด้านคุณธรรม จริยธรรม**1. คุณลักษณะอันพึงประสงค์**

- 1.1 ความรับผิดชอบ
- 1.2 ความมีวินัย
- 1.3 การตรงต่อเวลา
- 1.4 ความมีมนุษยสัมพันธ์
- 1.5 ความรู้และทักษะวิชาชีพ
- 1.6 ความสนใจใฝ่หาความรู้

2. การบูรณาการปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง

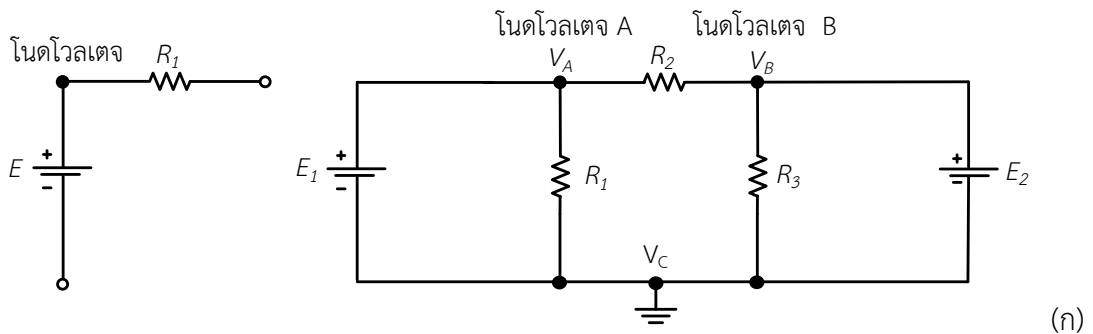
- 2.1 ศึกษาข้อมูลอย่างเป็นระบบ
- 2.2 การมีส่วนร่วม
- 2.3 ความผูกพัน

2.4 รู้ รัก สามัคคี

ในการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยใช้เมชเคอร์เรน เราใช้สมมติให้กระแสไฟฟ้าไหลสามารถไหลวนในวงจรรอบปิด ๆ แล้วใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KVL) มาเขียนสมการ ถ้าในวงจรไฟฟ้ามีหลาย ๆ สาขา จะทำให้ได้สมการหลายสมการ ตัวแปรก็จะมากขึ้นด้วย ยังมีอีกวิธีหนึ่งมาแก้ไขปัญหาดังกล่าว คือ วิธีโหนดโวลเตจ อาศัยกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) มาเขียนสมการ ทำให้จำนวนสมการจะน้อยกว่าเมชเคอร์เรน

14.1 หลักการโหนดโวลเตจ

การแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยหลักการโหนดโวลเตจ โดยจะอาศัยกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) เป็นหลักในการแก้ปัญหา โหนดโวลเตจเป็นวิธีเปรียบเทียบแรงดันไฟฟ้าระหว่างจุดที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้า ดังรูปที่ 14.3



แสดงจุดโหนดโวลเตจ (ข) แสดงจุดโหนดโวลเตจหลักและจุดโหนดโวลเตจอ้างอิง

รูปที่ 14.3 แสดงการกำหนดจุดโหนดโวลเตจ

โหนดโวลเตจ คือ จุดต่อในวงจรไฟฟ้าระหว่างส่วนประกอบของวงจร ดังรูปที่ 14.3

โหนดโวลเตจหลัก คือ จุดต่อในวงจรที่มีสาขาอย่างน้อย 2 สาขาขึ้นไป จากรูปที่ 14.3 (ข) โหนดโวลเตจหลัก ได้แก่ โหนด A และ โหนด B กำหนดชื่อโหนดหลักเป็น V_A และ V_B หรือใช้ตัวเลขก็ได้

โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ โหนดหลักที่ถูกกำหนดให้แรงดันไฟฟ้ามีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นจุดอ้างอิงในวงจรทำหน้าที่เป็นกราวด์ จากรูปที่ 14.3 (ข) โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ V_C

14.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยโหนดโวลเตจ

การนำหลักการโหนดโวลเตจมาใช้แก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดโหนดโวลเตจหลักในวงจรและเลือกโหนดโวลเตจหลักโหนดใดโหนดหนึ่งใช้เป็นโหนดโวลเตจอ้างอิง
2. กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าไหลเข้าหรือไหลออกที่จุดโหนดโวลเตจหลักทุกจุด ยกเว้นโหนดโวลเตจอ้างอิง
3. เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ที่จุดโหนดโวลเตจ

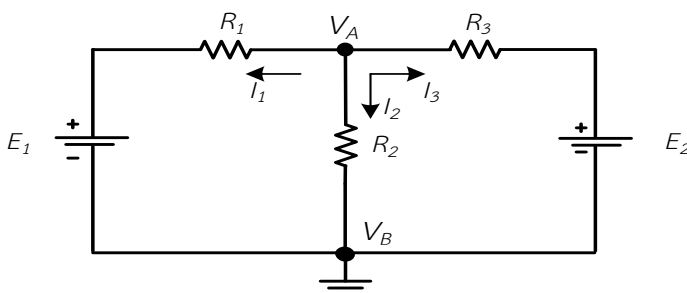
หลักทุกจุดในวงจรโดยใช้ $\frac{V_R}{R}$ แทนกระแสไฟฟ้าและเขียนสมการโหนดโวลเตจ จะได้สมการที่ 14.1

$$\boxed{\text{จำนวนสมการโหนดโวลเตจ} = \text{จำนวนโหนดโวลเตจ} - 1 \dots\dots\dots (14.1)}$$

4. แทนค่าในสมการตามข้อ 3 และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดโวลเตจที่ไม่ทราบค่า

5. ผลที่ได้จากข้อ 4 สามารถหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน แรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวและค่าอื่นที่ต้องการทราบได้

การเขียนสมการโหนดโวลเตจ จะต้องอาศัยตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จากรูปที่ 14.4 ใช้ประกอบการอธิบายและใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยหลักการโหนดโวลเตจ ดังนี้



รูปที่ 14.4 วงจรไฟฟ้าใช้หลักการโหนดโวลเตจ

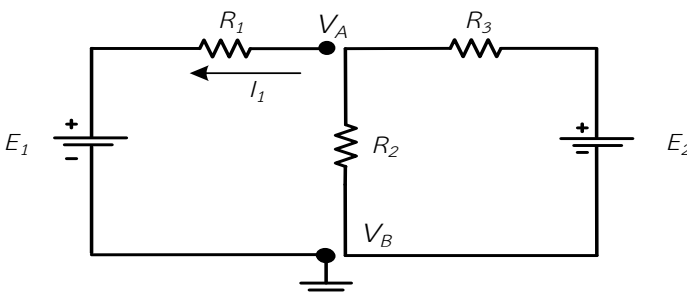
ขั้นที่ 1 กำหนดโหนดโวลเตจหลัก คือ V_A และ โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ V_B

ขั้นที่ 2 กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่โหนดโวลเตจหลัก คือ V_A

ขั้นที่ 3 เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จะได้

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (14.2)$$

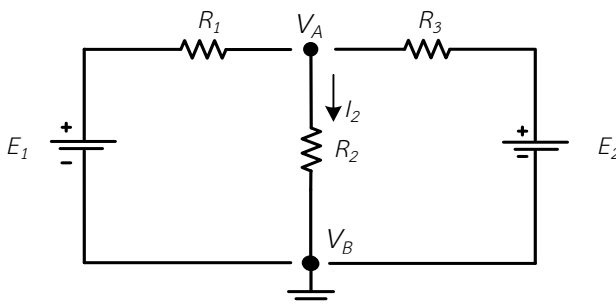
เมื่อแทน I ด้วย $\frac{V_R}{R}$ และเขียนสมการโหนดโวลเตจตามสมการกระแสไฟฟ้าอธิบายได้ ดังนี้



รูปที่ 14.5 ทิศทางของกระแส I_1 ตามรูปที่ 14.4

จากรูปที่ 14.5 จะได้

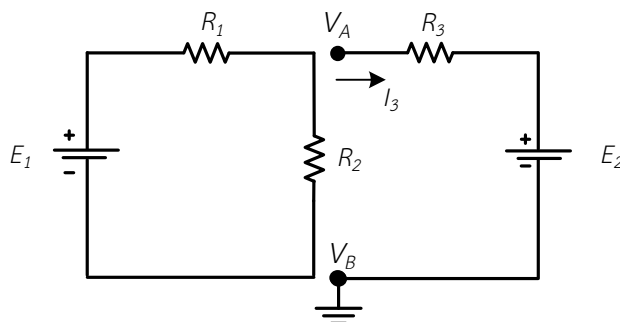
$$I_1 = \frac{V_A - E_1}{R_1} \quad (14.3)$$



รูปที่ 14.6 ทิศทางของกระแส I_2 ตามรูปที่ 14.4

จากรูปที่ 14.6 จะได้

$$I_2 = \frac{V_A}{R_2} \dots\dots\dots (14.4)$$



รูปที่ 14.7 ทิศทางของกระแส I_3 ตามรูปที่ 14.4

จากรูปที่ 14.7 จะได้

$$I_3 = \frac{V_A - E_2}{R_3} \dots\dots\dots (14.5)$$

นำสมการที่ 14.3 , 14.4 และ 14.5 แทนในสมการที่ 14.2 จะได้สมการโหนดโวลเตจจำนวน 1 สมการ จากสมการที่ 14.2 จะได้ $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ แทนด้วยสมการโหนดโวลเตจจะได้

$$\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_A - E_2}{R_3} = 0 \dots\dots\dots (14.6)$$

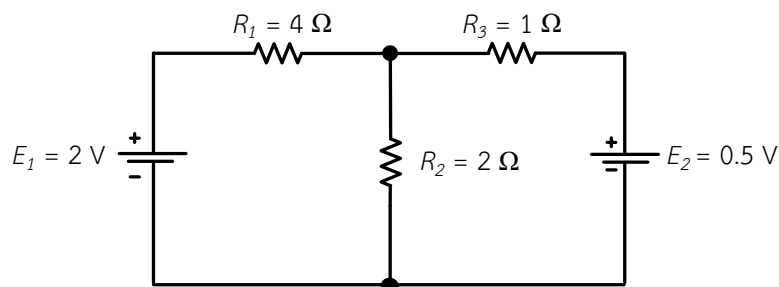
ขั้นที่ 4 คือ แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทาน และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดโวลเตจที่ไม่ทราบค่าต่อไป

ขั้นที่ 5 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน แรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว หรือค่าอื่นที่ต้องการทราบค่าได้

14.3 การแก้ปัญหาโวลเตจวงจรไฟฟ้าโดยใช้โหนดโวลเตจ

จากขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าในหัวข้อที่ผ่านมา สามารถนำมาแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าดังตัวอย่างต่อไปนี้

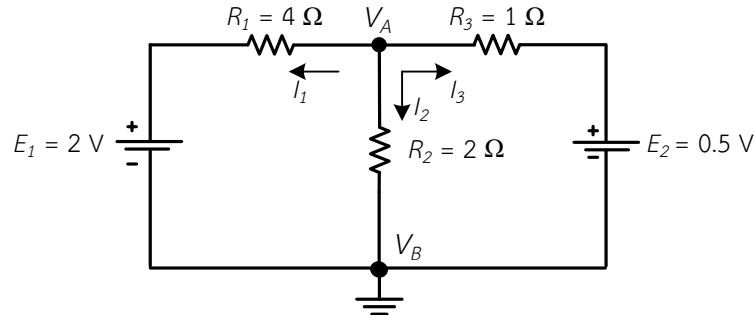
ตัวอย่างที่ 14.1 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 14.8 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}



รูปที่ 14.8 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 14.1

วิธีทำ

- ขั้นที่ 1 กำหนดจุดโหนดโวลเตจหลัก คือ V_A และ โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ V_B ดังรูปที่ 14.9
- ขั้นที่ 2 กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่โหนดโวลเตจหลัก โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ดังรูปที่ 14.9

รูปที่ 14.9 กำหนดทิศทางของกระแส I_1, I_2, I_3 ตามรูปที่ 14.8

- ขั้นที่ 3 เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จะได้

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{จะได้ } I_1 = \frac{V_A - E_1}{R_1}, I_2 = \frac{V_A}{R_2}, I_3 = \frac{V_A - E_2}{R_3}$$

แทนค่ากระแสไฟฟ้าลงในสมการที่ 1 จะได้

$$\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_A - E_2}{R_3} = 0 \quad (2)$$

- ขั้นที่ 4 คือ แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานลงในสมการที่ (2) และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดโวลเตจที่ไม่ทราบค่า

$$\begin{aligned} \frac{V_A - 2 \text{ V}}{4 \Omega} + \frac{V_A}{2 \Omega} + \frac{V_A - 0.5 \text{ V}}{1 \Omega} &= 0 \\ \frac{V_A}{4 \Omega} - \frac{2 \text{ V}}{4 \Omega} + \frac{V_A}{2 \Omega} + \frac{V_A}{1 \Omega} - \frac{0.5 \text{ V}}{1 \Omega} &= 0 \\ \left(\frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{1 \Omega} \right) V_A &= \frac{2}{4} + \frac{0.5}{1} \\ 1.75 \Omega V_A &= 0.5 + 0.5 \\ V_A &= \frac{1}{1.75 \Omega} \\ V_A &= 0.571 \text{ V} \end{aligned}$$

5. ขั้นที่ 5 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$I_1 = \frac{V_A - E_1}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{0.571\text{V} - 2\text{V}}{4\ \Omega}$$

$$I_1 = -0.357\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_A}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{0.571\text{V}}{2\ \Omega}$$

$$I_2 = 0.286\text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_A - E_2}{R_3}$$

$$I_3 = \frac{0.571\text{V} - 0.5\text{V}}{1\ \Omega}$$

$$I_3 = 0.071\text{ A}$$

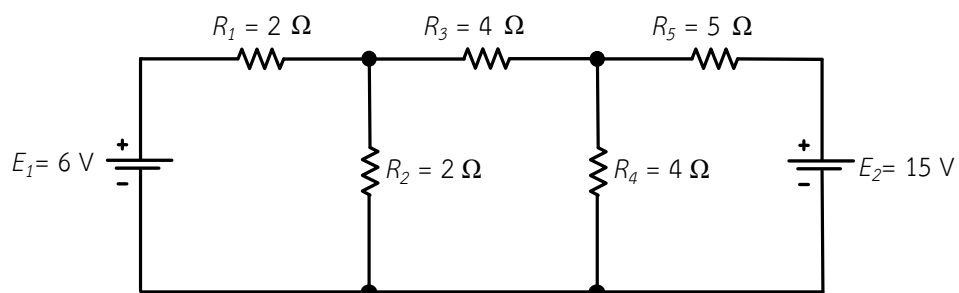
หมายเหตุ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านความต้านทาน R_1 ที่แท้จริงถูกต้อง แสดงว่า ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริงตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่สมมติขึ้นมา

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = -0.357$ แอมแปร์ ตอบ

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_2 = 0.286$ แอมแปร์ ตอบ

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_3 = 0.071$ แอมแปร์ ตอบ

ตัวอย่างที่ 14.2 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 14.10 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}$



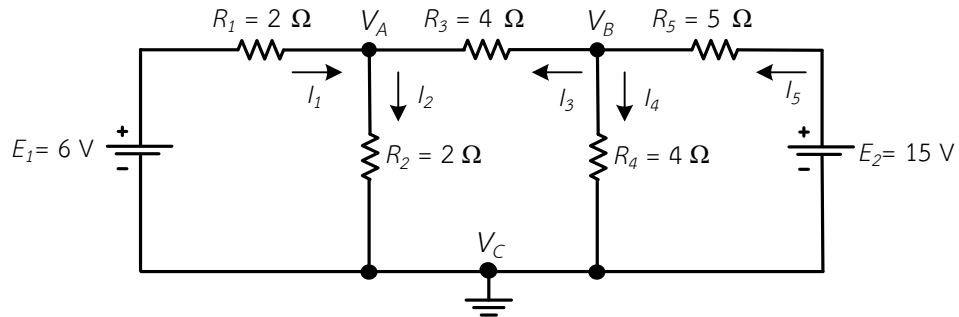
รูปที่ 14.10 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 14.2

วิธีทำ

1. ขั้นที่ 1 กำหนดจุดโหนดโวลเตจหลัก คือ V_A , V_B และ โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ V_C ดังรูปที่

14.11

2. ขั้นที่ 2 กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่โหนดโวลเตจหลัก โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ดังรูปที่ 14.11



รูปที่ 14.11 กำหนดทิศทางของกระแส I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 ตามรูปที่ 14.10

3. ขั้นที่ 3 เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จะได้

$$\text{ที่โหนด A จะได้ } I_1 + I_3 = I_2 \quad (1)$$

$$\text{จะได้ } I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}, I_2 = \frac{V_A}{R_2}, I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}$$

แทนค่ากระแสไฟฟ้าลงในสมการที่ 1 จะได้

$$\frac{E_1 - V_A}{R_1} + \frac{V_B - V_A}{R_3} = \frac{V_A}{R_2} \quad (2)$$

$$\text{ที่โหนด B จะได้ } I_3 + I_4 = I_5 \quad (3)$$

$$\text{จะได้ } I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}, I_4 = \frac{V_B}{R_4}, I_5 = \frac{E_2 - V_B}{R_5}$$

แทนค่ากระแสไฟฟ้าลงในสมการที่ 3 จะได้

$$\frac{V_B - V_A}{R_3} + \frac{V_B}{R_4} = \frac{E_2 - V_B}{R_5} \quad (4)$$

4. ขั้นที่ 4 คือ แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานลงในสมการที่ (2) และ (4) แก้สมการหาค่าแรงดันโหนดโวลเตจที่ไม่ทราบค่าด้วยดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{aligned} \text{จากสมการที่ 2 จะได้ } \frac{6\text{ V} - V_A}{2\ \Omega} + \frac{V_B - V_A}{4\ \Omega} &= \frac{V_A}{2\ \Omega} \\ \frac{6\text{ V}}{2\ \Omega} - \frac{V_A}{2\ \Omega} + \frac{V_B}{4\ \Omega} - \frac{V_A}{4\ \Omega} &= \frac{V_A}{2\ \Omega} \\ \frac{6\text{ V}}{2\ \Omega} &= \frac{V_A}{2\ \Omega} + \frac{V_A}{2\ \Omega} + \frac{V_A}{4\ \Omega} - \frac{V_B}{4\ \Omega} \end{aligned}$$

$$3 = \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} \right) V_A - \left(\frac{1}{4\Omega} \right) V_B$$

$$3 = 1.25\Omega V_A - 0.25\Omega V_B$$

$$1.25\Omega V_A - 0.25\Omega V_B = 3 \quad (5)$$

จากสมการที่ 4 จะได้ $\frac{V_B - V_A}{4\Omega} + \frac{V_B}{4\Omega} = \frac{15V - V_B}{5\Omega}$

$$\frac{V_B}{4\Omega} - \frac{V_A}{4\Omega} + \frac{V_B}{4\Omega} + \frac{V_B}{5\Omega} = \frac{15V}{5\Omega}$$

$$-\left(\frac{1}{4\Omega} \right) V_A + \left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{5\Omega} \right) V_B = 3$$

$$-0.25\Omega V_A + 0.7\Omega V_B = 3 \quad (6)$$

นำสมการที่ (5) และสมการที่ (6) มาแก้สมการด้วยดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{bmatrix} 1.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (1.25 \times 0.7) - ((-0.25) \times (-0.25))$$

$$\Delta = 0.875 - 0.063$$

$$\Delta = 0.812$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 3 & -0.25 \\ 3 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = (3 \times 0.7) - (3 \times (-0.25))$$

$$\Delta_1 = 2.1 + 0.75$$

$$\Delta_1 = 2.85$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 1.25 & 3 \\ -0.25 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = (1.25 \times 3) - ((-0.25) \times 3)$$

$$\Delta_2 = 3.75 + 0.75$$

$$\Delta_2 = 4.5$$

$$V_A = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$V_A = \frac{2.85}{0.812}$$

$$V_A = 3.509 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$V_B = \frac{4.5}{0.812}$$

$$V_B = 5.542 \text{ V}$$

5. ขั้นที่ 5 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{6 \text{ V} - 3.509 \text{ V}}{2 \Omega}$$

$$I_1 = 1.246 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_A}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{3.509 \text{ V}}{2 \Omega}$$

$$I_2 = 1.755 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}$$

$$I_3 = \frac{5.542 \text{ V} - 3.509 \text{ V}}{4 \Omega}$$

$$I_3 = 0.508 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_B}{R_4}$$

$$I_4 = \frac{5.542 \text{ V}}{4 \Omega}$$

$$I_4 = 1.386 \text{ A}$$

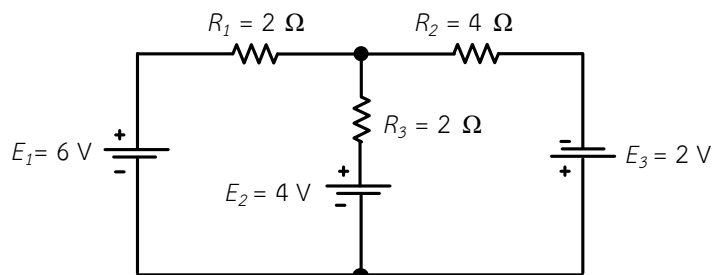
$$I_5 = \frac{E_2 - V_B}{R_5}$$

$$I_5 = \frac{15 \text{ V} - 5.542 \text{ V}}{5 \Omega}$$

$$I_5 = 1.892 \text{ A}$$

- ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = 1.246$ แอมแปร์ ตอบ
 ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_2 = 1.755$ แอมแปร์ ตอบ
 ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_3 = 0.508$ แอมแปร์ ตอบ
 ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_4 = I_{R4} = I_4 = 1.386$ แอมแปร์ ตอบ
 ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_5 = I_{R5} = I_5 = 1.892$ แอมแปร์ ตอบ

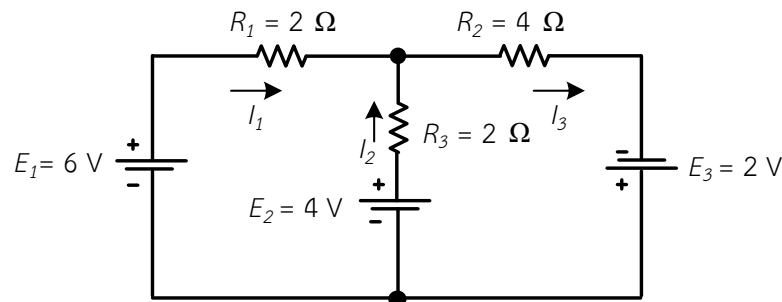
ตัวอย่างที่ 14.3 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 14.12 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}



รูปที่ 14.12 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 14.3

วิธีทำ

- ขั้นที่ 1 กำหนดจุดโหนดโวลเตจหลัก คือ V_A และ โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ V_B ดังรูปที่ 14.13
- ขั้นที่ 2 กำหนดทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่โหนดโวลเตจหลัก โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ดังรูปที่ 14.13



รูปที่ 14.13 กำหนดทิศทางของกระแส I_1, I_2, I_3 ตามรูปที่ 14.12

- ขั้นที่ 3 เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จะได้

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{จะได้ } I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E_2 - V_A}{R_3}, \quad I_3 = \frac{V_A + E_3}{R_2}$$

แทนค่ากระแสไฟฟ้าลงในสมการที่ 1 จะได้

$$\frac{V_A + E_3}{R_2} - \frac{E_1 - V_A}{R_1} - \frac{E_2 - V_A}{R_3} = 0 \quad (2)$$

4. ขั้นที่ 4 คือ แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานลงในสมการที่ (2) และแก้สมการหาค่าแรงดันโหนดโวลเตจที่ไม่ทราบค่า

$$\frac{V_A + 2 \text{ V}}{4 \Omega} - \frac{6 \text{ V} - V_A}{2 \Omega} - \frac{4 \text{ V} - V_A}{2 \Omega} = 0$$

หา ค.ร.น. ได้ 4 นำ 4 คูณตลอด จะได้

$$4 \left(\frac{V_A + 2 \text{ V}}{4 \Omega} \right) - 4 \left(\frac{6 \text{ V} - V_A}{2 \Omega} \right) - 4 \left(\frac{4 \text{ V} - V_A}{2 \Omega} \right) = 0$$

$$(V_A + 2 \text{ V}) - (12 \text{ V} - 2 V_A) - (8 \text{ V} - 2 V_A) = 0$$

$$V_A + 2 \text{ V} - 12 \text{ V} + 2 V_A - 8 \text{ V} + 2 V_A = 0$$

$$5V_A - 18 \text{ V} = 0$$

$$5V_A = 18 \text{ V}$$

$$V_A = \frac{18 \text{ V}}{5}$$

$$V_A = 3.6 \text{ V}$$

5. ขั้นที่ 5 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{6 \text{ V} - 3.6 \text{ V}}{2 \Omega}$$

$$I_1 = 1.2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - V_A}{R_3}$$

$$I_2 = \frac{4 \text{ V} - 3.6 \text{ V}}{2 \Omega}$$

$$I_2 = 0.2 \text{ A}$$

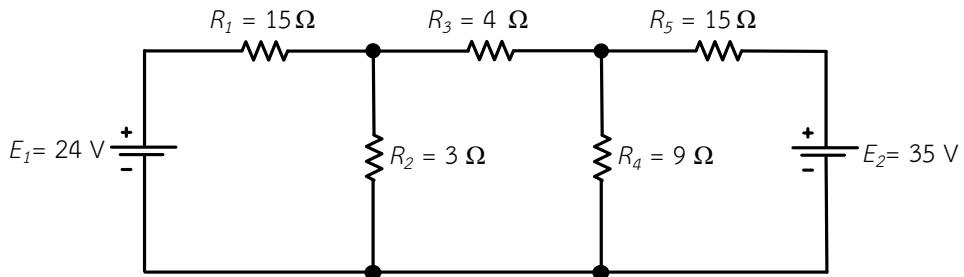
$$I_3 = \frac{V_A + E_3}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{3.6 \text{ V} + 2 \text{ V}}{4 \Omega}$$

$$I_3 = 1.4 \text{ A}$$

- ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = 1.2$ แอมแปร์ ตอบ
 ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_3 = 1.4$ แอมแปร์ ตอบ
 ∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_2 = 0.2$ แอมแปร์ ตอบ

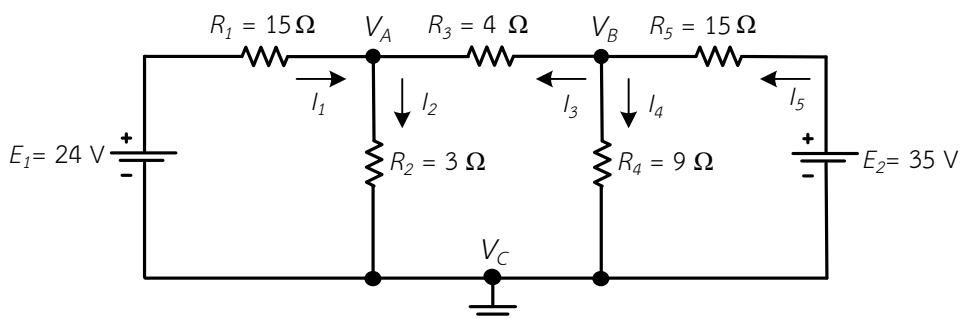
ตัวอย่างที่ 14.4 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 14.14 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัวและแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว ; $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}, V_{R1}, V_{R2}, V_{R3}, V_{R4}, V_{R5}$



รูปที่ 14.14 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 14.4

วิธีทำ

- ขั้นที่ 1 กำหนดจุดโหนดโวลเตจหลัก คือ V_A, V_B และ โหนดโวลเตจอ้างอิง คือ V_C ดังรูปที่ 14.15
- ขั้นที่ 2 กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่โหนดโวลเตจหลัก โดยใช้กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ดังรูปที่ 14.15



รูปที่ 14.15 กำหนดทิศทางของกระแส I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 ตามรูปที่ 14.14

- ขั้นที่ 3 เขียนสมการกระแสไฟฟ้าตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) จะได้

$$\text{ที่โหนด A จะได้ } I_1 + I_3 - I_2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{จะได้ } I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}, I_2 = \frac{V_A}{R_2}, I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}$$

แทนค่ากระแสไฟฟ้าลงในสมการที่ 1 จะได้

$$\frac{E_1 - V_A}{R_1} + \frac{V_B - V_A}{R_3} - \frac{V_A}{R_2} = 0 \quad (2)$$

ที่โหนด B จะได้ $I_5 - I_3 - I_4 = 0$ (3)

$$\text{จะได้ } I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}, I_4 = \frac{V_B}{R_4}, I_5 = \frac{E_2 - V_B}{R_5}$$

แทนค่ากระแสไฟฟ้าลงในสมการที่ 3 จะได้

$$\frac{E_2 - V_B}{R_5} - \frac{V_B - V_A}{R_3} - \frac{V_B}{R_4} = 0 \quad (4)$$

4. ขั้นที่ 4 คือ แทนค่าแรงดันไฟฟ้าและค่าความต้านทานลงในสมการที่ (2) และ (4) แก้สมการหาค่าแรงดันโหนดโวลเตจที่ไม่ทราบค่าด้วยดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{aligned} \text{จากสมการที่ 2 จะได้ } \frac{24 \text{ V} - V_A}{15 \Omega} + \frac{V_B - V_A}{4 \Omega} - \frac{V_A}{3 \Omega} &= 0 \\ \frac{24 \text{ V}}{15 \Omega} - \frac{V_A}{15 \Omega} + \frac{V_B}{4 \Omega} - \frac{V_A}{4 \Omega} - \frac{V_A}{3 \Omega} &= 0 \\ -\frac{V_A}{15 \Omega} - \frac{V_A}{3 \Omega} - \frac{V_A}{4 \Omega} + \frac{V_B}{4 \Omega} &= -\frac{24 \text{ V}}{15 \Omega} \\ -V_A \left(\frac{1}{15 \Omega} + \frac{1}{3 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} \right) + \left(\frac{V_B}{4 \Omega} \right) &= -\frac{24 \text{ V}}{15 \Omega} \end{aligned}$$

หา ค.ร.น. ของ 3,4,15 จะได้เท่ากับ 60

$$\begin{aligned} -V_A \left(\frac{4}{60 \Omega} + \frac{20}{60 \Omega} + \frac{15}{60 \Omega} \right) + \left(\frac{15V_B}{60 \Omega} \right) &= -\frac{96 \text{ V}}{60 \Omega} \\ -V_A \left(\frac{39}{60 \Omega} \right) + \left(\frac{15V_B}{60 \Omega} \right) &= -\frac{96 \text{ V}}{60 \Omega} \\ \left(\frac{-39V_A + 15V_B}{60 \Omega} \right) \times 60 \Omega &= -96 \\ -39V_A + 15V_B &= -96 \text{ V} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสมการที่ 4 จะได้ } \frac{35 \text{ V} - V_B}{15 \Omega} - \frac{V_B - V_A}{4 \Omega} - \frac{V_B}{9 \Omega} &= 0 \\ \frac{35 \text{ V}}{15 \Omega} - \frac{V_B}{15 \Omega} - \frac{V_B}{4 \Omega} + \frac{V_A}{4 \Omega} - \frac{V_B}{9 \Omega} &= 0 \\ \frac{V_A}{4 \Omega} - V_B \left(\frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{9 \Omega} + \frac{1}{15 \Omega} \right) &= -\frac{35 \text{ V}}{15 \Omega} \end{aligned}$$

หา ค.ร.น. ของ 4,9,15 จะได้เท่ากับ 180

$$\begin{aligned} \frac{45V_A}{180 \Omega} - V_B \left(\frac{45}{180 \Omega} + \frac{20}{180 \Omega} + \frac{12}{180 \Omega} \right) &= - \frac{35 \text{ V} \times 12}{180 \Omega} \\ \frac{45V_A}{180 \Omega} - V_B \left(\frac{77}{180 \Omega} \right) &= - \frac{35 \text{ V} \times 12}{180 \Omega} \\ \left(\frac{45V_A - 77V_B}{180 \Omega} \right) \times 180 \Omega &= (-35 \text{ V}) \times 12 \\ 45V_A - 77V_B &= -420 \text{ V} \end{aligned} \quad (6)$$

นำสมการที่ (5) และสมการที่ (6) มาแก้สมการด้วยดีเทอร์มิแนนต์

$$\begin{bmatrix} -39 & 15 \\ 45 & -77 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -96 \\ -420 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} -39 & 15 \\ 45 & -77 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = ((-39) \times (-77)) - (45 \times 15)$$

$$\Delta = 3,003 - 675$$

$$\Delta = 2,328$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} -96 & 15 \\ -420 & -77 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = ((-96) \times (-77)) - ((-420) \times 15)$$

$$\Delta_1 = 7,392 - (-6,300)$$

$$\Delta_1 = 13,692$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} -39 & -96 \\ 45 & -420 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = ((-39) \times (-420)) - (45 \times (-96))$$

$$\Delta_2 = 16,380 - (-4,320)$$

$$\Delta_2 = 20,700$$

$$V_A = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$V_A = \frac{13,692}{2,328}$$

$$V_A = 5.881 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$V_B = \frac{20,700}{2,328}$$

$$V_B = 8.892 \text{ V}$$

5. ขั้นที่ 5 หาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานและแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{24 \text{ V} - 5.881 \text{ V}}{15 \Omega}$$

$$I_1 = 1.208 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_A}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{5.881 \text{ V}}{3 \Omega}$$

$$I_2 = 1.96 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3}$$

$$I_3 = \frac{8.892 \text{ V} - 5.881 \text{ V}}{4 \Omega}$$

$$I_3 = 0.753 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_B}{R_4}$$

$$I_4 = \frac{8.892 \text{ V}}{9 \Omega}$$

$$I_4 = 0.988 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{E_2 - V_B}{R_5}$$

$$I_5 = \frac{35 \text{ V} - 8.892 \text{ V}}{15 \Omega}$$

$$I_5 = 1.741 \text{ A}$$

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = 1.208$ แอมแปร์ ตอบ

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_2 = 1.96$ แอมแปร์ ตอบ

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_3 = 0.753$ แอมแปร์ ตอบ

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_4 = I_{R4} = I_4 = 0.988$ แอมแปร์ ตอบ

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_5 = I_{R5} = I_5 = 1.741$ แอมแปร์ ตอบ

$$V_{R1} = I_{R1} \times R_1$$

$$V_{R1} = 1.208 \text{ A} \times 15 \Omega$$

$$V_{R1} = 18.12 \text{ V}$$

∴ แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $R_1 = V_{R1} = 18.12$ โวลต์ ตอบ

$$V_{R2} = I_{R2} \times R_2$$

$$V_{R2} = 1.96 \text{ A} \times 3 \Omega$$

$$V_{R2} = 5.88 \text{ V}$$

∴ แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $R_2 = V_{R2} = 5.88$ โวลต์ ตอบ

$$V_{R3} = I_{R3} \times R_3$$

$$V_{R3} = 0.753 \text{ A} \times 4 \Omega$$

$$V_{R3} = 3.012 \text{ V}$$

∴ แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $R_3 = V_{R3} = 3.012$ โวลต์ ตอบ

$$V_{R4} = I_{R4} \times R_4$$

$$V_{R4} = 0.988 \text{ A} \times 9 \Omega$$

$$V_{R4} = 8.892 \text{ V}$$

∴ แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $R_4 = V_{R4} = 8.892$ โวลต์ ตอบ

$$V_{R5} = I_{R5} \times R_5$$

$$V_{R5} = 1.741 \text{ A} \times 15 \Omega$$

$$V_{R5} = 26.115 \text{ V}$$

∴ แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $R_5 = V_{R5} = 26.115$ โวลต์ ตอบ

สรุปสาระสำคัญ

โหนดโวลเตจ คือ เป็นการเปรียบเทียบแรงดันไฟฟ้าระหว่างจุด (Node) ที่มีความต่างศักย์กัน โดยที่จุดต่อในวงจรที่มีสาขาอย่างน้อย 2 สาขาขึ้นไป เรียกว่า จุดโหนดโวลเตจหลักและเลือกจุดโหนดโวลเตจหลักโหนดใดโหนดหนึ่งเป็นโหนดโวลเตจอ้างอิง ในการนำโหนดโวลเตจมาวิเคราะห์ในวงจรไฟฟ้า มีขั้นตอนดังนี้ กำหนดจุดโหนดโวลเตจหลักและจุดโหนดโวลเตจอ้างอิง กำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าเข้าออกที่จุดโหนดโวลเตจหลักโดยอาศัยกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์เขียนสมการกระแสไฟฟ้าที่จุดโหนดโวลเตจหลักตามกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ แล้วจึงเขียนสมการโหนด แทนค่าที่ทราบค่าในสมการโหนดและแก้สมการหาแรงดันโหนดสามารถหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวและค่าอื่นที่ต้องการทราบได้