หน่วยที่ 15 ทฤษฎีการวางซ้อน (Superposition Theorem)

สาระสำคัญ

ทฤษฎีการวางซ้อน เป็นการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าที่มีแหล่งจ่ายไฟฟ้าตั้งแต่ 2 แหล่งจ่ายขึ้นไป กระแสไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าเหล่านั้น เราสามารถแยกการพิจารณาได้ครั้งละ 1 ตัว จนครบทุกตัว แล้วนำค่าของกระแสไฟฟ้าที่ได้มารวมกันทางพีชคณิต จะได้ผลของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริงของวงจรนั้น

สาระการเรียนรู้

15.1 หลักการทฤษฎีการวางซ้อน
15.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยทฤษฎีการวางซ้อน
15.3 การแก้ปัญหาโจทย์วงจรไฟฟ้าโดยใช้ทฤษฎีการวางซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

เพื่อให้นักเรียนมีความรู้และเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าโดยการใช้ทฤษฎีการวางซ้อนและการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของวงจรไฟฟ้า

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ด้านความรู้ (ทฤษฎี)

1. บอกหลักการทฤษฎีการวางซ้อนได้
2. อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยทฤษฎีการวางซ้อนได้
3. เขียนสมการ โดยใช้ทฤษฎีการวางซ้อนได้
4. คำนวณหาค่าต่าง ๆ ในวงจรไฟฟ้า โดยใช้ทฤษฎีการวางซ้อนได้

ด้านคุณธรรม จริยธรรม

1. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.1 ความรับผิดชอบ
1.2 ความมีวินัย
1.3 การตรงต่อเวลา
1.4 ความมีมนุษย์สัมพันธ์
1.5 ความรู้และทักษะวิชาชีพ
1.6 ความสนใจใฝ่หาความรู้

2. การบูรณาการปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง

2.1 ศึกษาข้อมูลอย่างเป็นระบบ
2.2 การมีส่วนร่วม
2.3 ความผูกพัน
2.4 รู้ รัก สามัคคี

ในหน่วยนี้จะศึกษา ทฤษฎีการวางซ้อน ในการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าที่มีแหล่งจ่ายพลังงานมากกว่าหนึ่งตัวนั้นของวงจร จะมีกระแสไหลในสาขาต่าง ๆ ของวงจรหรือมีความต่างศักย์เกิดขึ้นในระหว่างจุดต่าง ๆ ภายในวงจร จะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับแหล่งจ่ายพลังงานของแต่ละตัว ย่อมจะเป็นอิสระต่อกัน ฉะนั้นเราจึงนำค่าของกระแสหรือความต่างศักย์ที่ได้จากแหล่งจ่ายพลังงานของแต่ละตัวมารวมกัน จึงทำให้ได้ค่ากระแสหรือความต่างศักย์ที่แท้จริงของวงจร

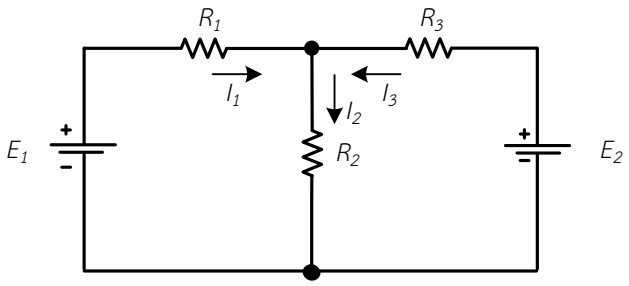
15.1 หลักการทฤษฎีการวางซ้อน

ทฤษฎีการวางซ้อน กล่าวไว้ว่า วงจรลิเนียร์หรือวงจรแบบเชิงเส้นใด ๆ ที่มีแหล่งจ่ายพลังงาน (แหล่งกำเนิดกระแสหรือแรงดัน) ตั้งแต่สองตัวขึ้นไป เมื่อนำค่าของกระแสที่เกิดจากแหล่งพลังงานของแต่ละตัวที่จ่ายพลังงานให้แก่วงจรอย่างอิสระมารวมกันทางพีชคณิตนั้น ก็จะได้ค่ากระแสที่ไหลในแต่ละสาขาต่าง ๆ ของวงจรที่แท้จริง ในการนำทฤษฎีการวางซ้อนมาใช้ในการวิเคราะห์ เราจะต้องพิจารณาแหล่งจ่ายทีละตัว คือว่า ในตอนแรกให้มีแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัวในวงจร คือ ถ้าเป็นแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ถ้าเป็นแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจรและคิดเฉพาะความต้านทานภายในของแหล่งกำเนิดแรงดันเท่านั้นและในตอนต่อไปให้มาคิดจากแหล่งจ่ายพลังงานตัวอื่นที่เหลือในวงจรทีละตัวและคิดลักษณะทำนองเดียวกันกับตอนแรกจนกว่าจะครบทุกตัว

15.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยทฤษฎีการวางซ้อน

การนำหลักการทฤษฎีการวางซ้อน มาใช้แก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า มีขั้นตอน ดังนี้

1. สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร
2. เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว แหล่งจ่ายที่เหลืออื่นเป็นศูนย์ คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร
3. คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร
4. ทำซ้ำอีก ตั้งแต่ข้อ 2-3 สำหรับแหล่งจ่ายพลังงานที่เหลือแต่ละตัวในวงจร
5. นำค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร

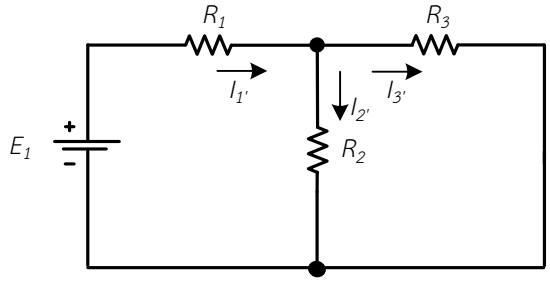


รูปที่ 15.3 วงจรไฟฟ้า สำหรับการวิเคราะห์หลักการทฤษฎีการวางซ้อน

จากรูปที่ 15.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าด้วยหลักการทฤษฎีการวางซ้อน ดังนี้

ขั้นที่ 1 สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร

ขั้นที่ 2 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือในวงจรทั้งหมดพิจารณา คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร



รูปที่ 15.4 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่หนึ่งและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร

ขั้นที่ 3 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

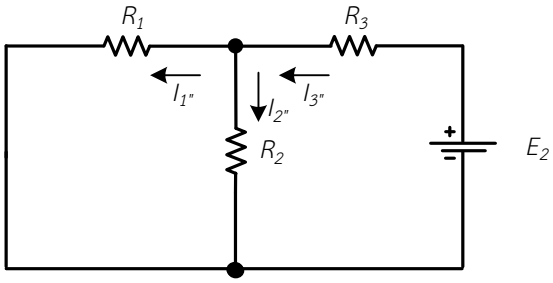
$$R_T = \left(\frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}\right) + R_1$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_T} \quad \text{.....} \quad (15.1)$$

$$I'_2 = I'_1 \times \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad \text{.....} \quad (15.2)$$

$$I'_3 = I'_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_3} \quad \text{.....} \quad (15.3)$$

ขั้นที่ 4 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือทั้งหมดพิจารณา คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร



รูปที่ 15.5 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สองและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร

ขั้นที่ 5 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_T = \left(\frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}\right) + R_3$$

$$I''_3 = \frac{E_2}{R_T} \quad \text{.....} \quad (15.4)$$

$$I''_1 = I''_3 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{.....} \quad (15.5)$$

$$I''_2 = I''_3 \times \frac{R_1}{R_2 + R_3} \quad \text{.....} \quad (15.6)$$

ขั้นที่ 6 นำค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร

$$I_1 = I'_1 - I''_1 \quad \text{.....} \quad (15.7)$$

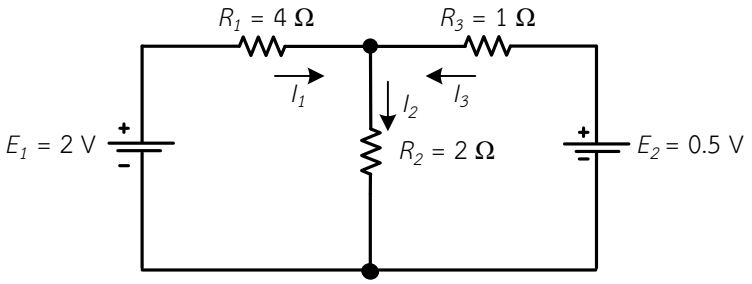
$$I_2 = I'_2 + I''_2 \quad \text{.....} \quad (15.8)$$

$$I_3 = I'_3 - I''_3 \quad \text{.....} \quad (15.9)$$

15.3 การแก้ปัญหาโจทย์วงจรไฟฟ้าโดยใช้ทฤษฎีการวางซ้อน

จากขั้นตอนการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าในหัวข้อที่ผ่านมา สามารถนำมาแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้า ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 15.1 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 15.6 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}

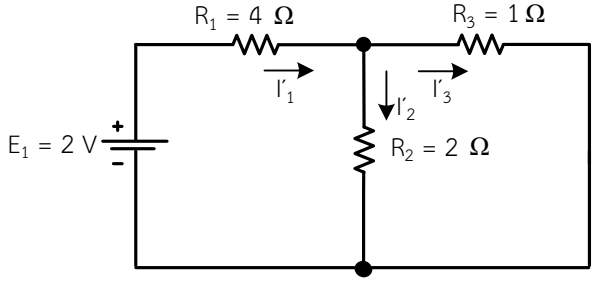


รูปที่ 15.6 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 15.1

<u>วิธีทำ</u>

1. ขั้นที่ 1 สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร

2. ขั้นที่ 2 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือทั้งหมดพิจารณาคือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.7



รูปที่ 15.7 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่หนึ่งและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.1

3. ขั้นที่ 3 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_T = \left(\frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}\right) + R_1$$

$$R_T = \left(\frac{2\,\Omega \times 1\,\Omega}{2\,\Omega + 1\,\Omega}\right) + 4\,\Omega$$

$$R_T = 4.667\,\Omega$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_T}$$

$$I'_1 = \frac{2\text{ V}}{4.667\,\Omega}$$

$$I'_1 = 0.429\text{ A}$$

$$I'_2 = I'_1 \times \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I'_2 = 0.429\text{ A} \times \frac{1\,\Omega}{2\,\Omega + 1\,\Omega}$$

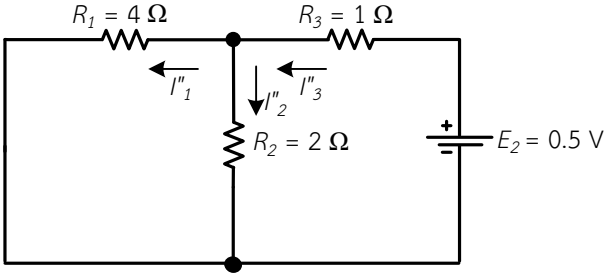
$$I'_2 = 0.143\text{ A}$$

$$I'_3 = I'_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$I'_3 = 0.429\text{ A} \times \frac{2\,\Omega}{2\,\Omega + 1\,\Omega}$$

$$I'_3 = 0.286\text{ A}$$

4. ขั้นที่ 4 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สอง คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.8



รูปที่ 15.8 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สองและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.1

5. ขั้นที่ 5 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_T = \left(\frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}\right) + R_3$$

$$R_T = \left(\frac{4\,\Omega \times 2\,\Omega}{4\,\Omega + 2\,\Omega}\right) + 1\,\Omega$$

$$R_T = 2.333\,\Omega$$

$$I''_3 = \frac{E_2}{R_T}$$

$$I''_3 = \frac{0.5\text{ V}}{2.333\,\Omega}$$

$$I''_3 = 0.214\text{ A}$$

$$I''_1 = I''_3 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I''_1 = 0.214\text{ A} \times \frac{2\,\Omega}{4\,\Omega + 2\,\Omega}$$

$$I''_1 = 0.071\text{ A}$$

$$I''_2 = I''_3 \times \frac{R_1}{R_2 + R_3}$$

$$I''_2 = 0.214\text{ A} \times \frac{4\,\Omega}{4\,\Omega + 2\,\Omega}$$

$$I''_2 = 0.143\text{ A}$$

6. ขั้นที่ 6 นำค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร

$$I_1 = I'_1 - I''_1$$

$$I_1 = 0.429\text{ A} - 0.071\text{ A}$$

$$I_1 = 0.358\text{ A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

I_2 = 0.143 A + 0.143 A

I_2 = 0.286 A

I_3 = I'_3 - I''_3

I_3 = 0.286 A - 0.214 A

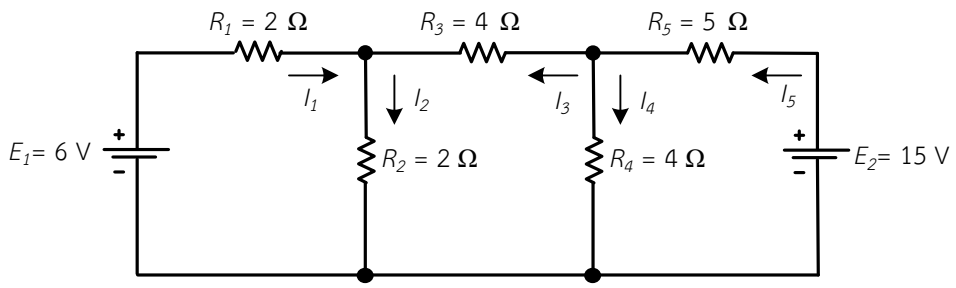
I_3 = 0.072 A

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน R_1 = I_{R1} = I_1 = 0.358 แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน R_2 = I_{R2} = I_2 = 0.286 แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน R_3 = I_{R3} = I_3 = 0.072 แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

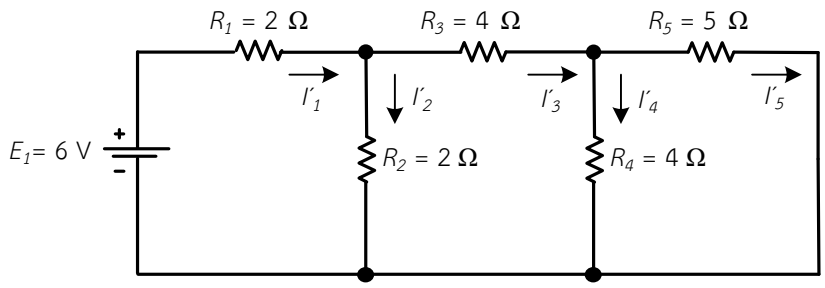
ตัวอย่างที่ 15.2 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 15.9 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}$



รูปที่ 15.9 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 15.2

<u>วิธีทำ</u>

1. ขั้นที่ 1 สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร
2. ขั้นที่ 2 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือทั้งหมดพิจารณาคือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.10



รูปที่ 15.10 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่หนึ่งและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.2

3. ขั้นที่ 3 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_{T1} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5}$$

$$R_{T1} = \frac{4\,\Omega \times 5\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$R_{T1} = 2.222\,\Omega$$

$$R_{T2} = R_{T1} + R_3$$

$$R_{T2} = 2.222\,\Omega + 4\,\Omega$$

$$R_{T2} = 6.222\ \Omega$$

$$R_{T3} = \frac{R_2 \times R_{T2}}{R_2 + R_{T2}}$$

$$R_{T3} = \frac{2\,\Omega \times 6.222\,\Omega}{2\,\Omega + 6.222\,\Omega}$$

$$R_{T3} = 1.514\,\Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{T3}$$

$$R_T = 2\,\Omega + 1.514\,\Omega$$

$$R_T = 3.514\,\Omega$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_T}$$

$$I'_1 = \frac{6\text{ V}}{3.514\,\Omega}$$

$$I'_1 = 1.707\text{ A}$$

$$I'_2 = I'_1 \times \frac{R_{T2}}{R_2 + R_{T2}}$$

$$I'_2 = 1.707\text{ A} \times \frac{6.222\,\Omega}{2\,\Omega + 6.222\,\Omega}$$

$$I'_2 = 1.292\text{ A}$$

$$I'_3 = I'_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_{T2}}$$

$$I'_3 = 1.707\text{ A} \times \frac{2\,\Omega}{2\,\Omega + 6.222\,\Omega}$$

$$I'_3 = 0.415\text{ A}$$

$$I'_4 = I'_3 \times \frac{R_5}{R_4 + R_5}$$

$$I'_4 = 0.415\text{ A} \times \frac{5\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega}$$

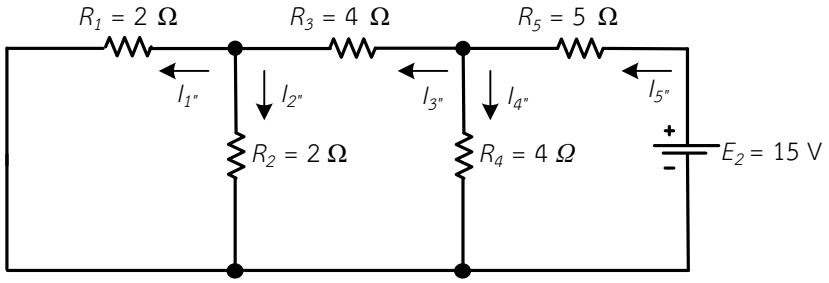
$$I'_4 = 0.231\text{ A}$$

$$I'_5 = I'_3 \times \frac{R_4}{R_4 + R_5}$$

$$I'_4 = 0.415\ \text{A} \times \frac{4\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$I'_5 = 0.184\ \text{A}$$

4. ขั้นที่ 4 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สอง คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.11



รูปที่ 15.11 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สองและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.2

5. ขั้นที่ 5 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_{T1} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{T1} = \frac{2\,\Omega \times 2\,\Omega}{2\,\Omega + 2\,\Omega}$$

$$R_{T1} = 1\,\Omega$$

$$R_{T2} = R_{T1} + R_3$$

$$R_{T2} = 1\,\Omega + 4\,\Omega$$

$$R_{T2} = 5\ \Omega$$

$$R_{T3} = \frac{R_4 \times R_{T2}}{R_4 + R_{T2}}$$

$$R_{T3} = \frac{4\,\Omega \times 5\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$R_{T3} = 2.222\,\Omega$$

$$R_T = R_5 + R_{T3}$$

$$R_T = 5\,\Omega + 2.222\,\Omega$$

$$R_T = 7.222\,\Omega$$

$$I''_5 = \frac{E_2}{R_T}$$

$$I''_5 = \frac{15\text{ V}}{7.222\,\Omega}$$

$$I''_5 = 2.077\text{ A}$$

$$I''_4 = I''_5 \times \frac{R_{T2}}{R_4 + R_{T2}}$$

$$I''_4 = 2.077\text{ A} \times \frac{5\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$I''_4 = 1.154\text{ A}$$

$$I''_3 = I''_5 \times \frac{R_4}{R_4 + R_{T2}}$$

$$I''_3 = 2.077\text{ A} \times \frac{4\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$I''_3 = 0.923\text{ A}$$

$$I''_1 = I''_3 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I''_1 = 0.923\text{ A} \times \frac{2\,\Omega}{2\,\Omega + 2\,\Omega}$$

$$I''_1 = 0.462\text{ A}$$

$$I''_2 = I''_3 \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I''_2 = 0.923\text{ A} \times \frac{2\,\Omega}{2\,\Omega + 2\,\Omega}$$

$$I''_2 = 0.462\text{ A}$$

6. ขั้นที่ 6 นำค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร

$$I_1 = I'_1 - I''_1$$

$$I_1 = 1.707\text{ A} - 0.462\text{ A}$$

$$I_1 = 1.245\text{ A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

$$I_2 = 1.293\text{ A} + 0.462\text{ A}$$

$$I_2 = 1.755\text{ A}$$

$$I_3 = I''_3 - I'_3$$

$$I_3 = 0.923\text{ A} - 0.415\text{ A}$$

$$I_3 = 0.508\text{ A}$$

$$I_4 = I'_4 + I''_4$$

$I_4 = 1.154\ A + 0.231\ A$

$I_4 = 1.385\ A$

$I_5 = I''_5 - I'_5$

$I_5 = 2.077\ A - 0.184\ A$

$I_5 = 1.893\ A$

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = 1.245$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

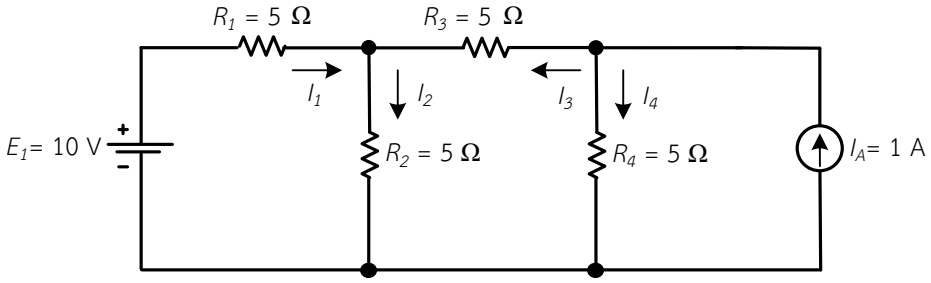
∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_2 = 1.755$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_3 = 0.508$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_4 = I_{R4} = I_4 = 1.385$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_5 = I_{R5} = I_5 = 1.893$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

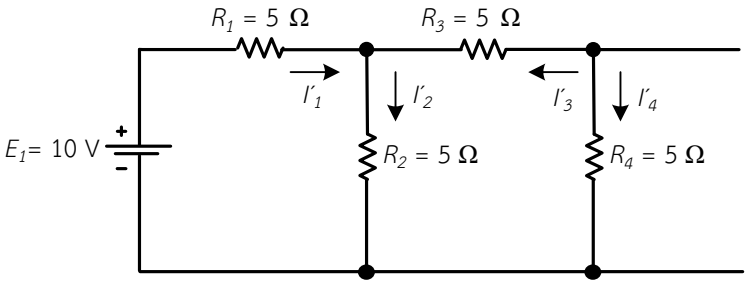
ตัวอย่างที่ 15.3 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 15.12 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}$



รูปที่ 15.12 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 15.3

<u>วิธีทำ</u>

1. ขั้นที่ 1 สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร
2. ขั้นที่ 2 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือทั้งหมดพิจารณาคือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.13



รูปที่ 15.13 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่หนึ่งและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.3

3. ขั้นที่ 3 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$R_{T1} = R_3 + R_4$

$R_{T1} = 5\Omega + 5\Omega$

$R_{T1} = 10\ \Omega$

$$R_{T2} = \frac{R_2 \times R_{T1}}{R_2 + R_{T1}}$$

$$R_{T2} = \frac{5\,\Omega \times 10\,\Omega}{5\,\Omega + 10\,\Omega}$$

$$R_{T2} = 3.333\,\Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{T2}$$

$$R_T = 5\,\Omega + 3.333\,\Omega$$

$$R_T = 8.333\,\Omega$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_T}$$

$$I'_1 = \frac{10\text{ V}}{8.333\,\Omega}$$

$$I'_1 = 1.2\text{ A}$$

$$I'_2 = I'_1 \times \frac{R_{T1}}{R_2 + R_{T1}}$$

$$I'_2 = 1.2\text{ A} \times \frac{10\,\Omega}{5\,\Omega + 10\,\Omega}$$

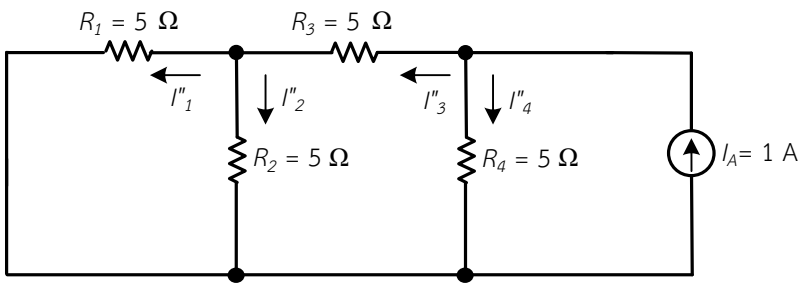
$$I'_2 = 0.8\text{ A}$$

$$I'_3 = I'_4 = I'_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_{T1}}$$

$$I'_3 = I'_4 = 1.2\text{ A} \times \frac{5\,\Omega}{5\,\Omega + 10\,\Omega}$$

$$I'_3 = I'_4 = 0.4\text{ A}$$

4. ขั้นที่ 4 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งที่สอง คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.14



รูปที่ 15.14 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สองและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.3

5. ขั้นที่ 5 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_{T1} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{T1} = \frac{5\,\Omega \times 5\,\Omega}{5\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$R_{T1} = 2.5\,\Omega$$

$$R_{T2} = R_{T1} + R_3$$

$$R_{T2} = 2.5\,\Omega + 5\,\Omega$$

$$R_{T2} = 7.5\ \Omega$$

$$I''_3 = I_A \times \frac{R_4}{R_4 + R_{T2}}$$

$$I''_3 = 1\text{A} \times \frac{5\,\Omega}{5\,\Omega + 7.5\,\Omega}$$

$$I''_3 = 0.4\ \text{A}$$

$$I''_4 = I_A \times \frac{R_{T2}}{R_4 + R_{T2}}$$

$$I''_4 = 1\text{A} \times \frac{7.5\,\Omega}{5\,\Omega + 7.5\,\Omega}$$

$$I''_4 = 0.6\ \text{A}$$

$$I''_1 = I''_3 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I''_1 = 0.6\ \text{A} \times \frac{5\,\Omega}{5\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$I''_1 = 0.3\ \text{A}$$

$$I''_2 = I''_3 \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I''_2 = 0.6\ \text{A} \times \frac{5\,\Omega}{5\,\Omega + 5\,\Omega}$$

$$I''_2 = 0.3\ \text{A}$$

6. ขั้นที่ 6 นำค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร

$$I_1 = I'_1 - I''_1$$

$$I_1 = 1.2\ \text{A} - 0.3\ \text{A}$$

$$I_1 = 0.9\ \text{A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

$I_2 = 0.8\ A + 0.3\ A$

$I_2 = 1.1\ A$

$I_3 = I'_3 - I''_3$

$I_3 = 0.4\ A - 0.4\ A$

$I_3 = 0\ A$

$I_4 = I'_4 + I''_4$

$I_4 = 0.4\ A + 0.6\ A$

$I_4 = 1\ A$

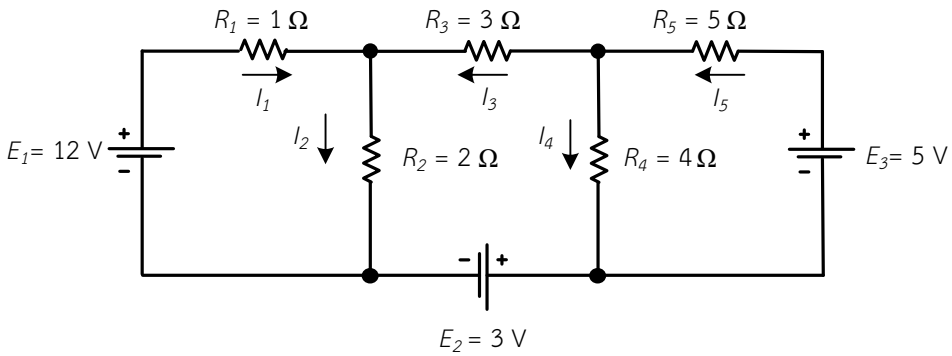
∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = 0.9$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_2 = 1.1$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_3 = 0$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_4 = I_{R4} = I_4 = 1$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

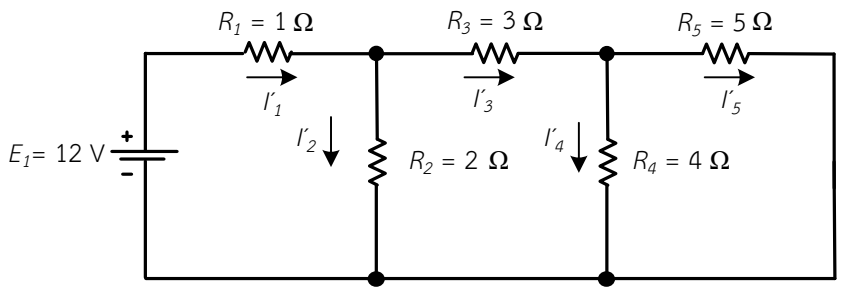
ตัวอย่างที่ 15.4 จากวงจรไฟฟ้า ในรูปที่ 15.15 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานตัวแต่ละตัว ; $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3}, I_{R4}, I_{R5}$



รูปที่ 15.15 วงจรไฟฟ้า ตามตัวอย่างที่ 15.4

<u>วิธีทำ</u>

1. ขั้นที่ 1 สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร
2. ขั้นที่ 2 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือทั้งหมดพิจารณาคือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.16



รูปที่ 15.16 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่หนึ่งและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร ตามตัวอย่างที่ 15.4

3. ขั้นที่ 3 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_{T1} = \left(\frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5}\right) + R_3$$

$$R_{T1} = \left(\frac{4\ \Omega \times 5\ \Omega}{4\ \Omega + 5\ \Omega}\right) + 3\ \Omega$$

$$R_{T1} = 5.222\ \Omega$$

$$R_T = \left(\frac{R_{T1} \times R_2}{R_{T1} + R_2}\right) + R_1$$

$$R_T = \left(\frac{5.222\ \Omega \times 2\ \Omega}{5.222\ \Omega + 2\ \Omega}\right) + 1\ \Omega$$

$$R_T = 2.446\ \Omega$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_T}$$

$$I'_1 = \frac{12\ \text{V}}{2.446\ \Omega}$$

$$I'_1 = 4.906\ \text{A}$$

$$I'_2 = I'_1 \times \frac{R_{T1}}{R_2 + R_{T1}}$$

$$I'_2 = 4.906\ \text{A} \times \frac{5.222\ \Omega}{2\ \Omega + 5.222\ \Omega}$$

$$I'_2 = 3.547\ \text{A}$$

$$I'_3 = I'_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_{T1}}$$

$$I'_3 = 4.906\ \text{A} \times \frac{2\ \Omega}{2\ \Omega + 5.222\ \Omega}$$

$$I'_3 = 1.359\ \text{A}$$

$$I'_4 = I'_3 \times \frac{R_5}{R_4 + R_5}$$

$$I'_4 = 1.359\ \text{A} \times \frac{5\ \Omega}{4\ \Omega + 5\ \Omega}$$

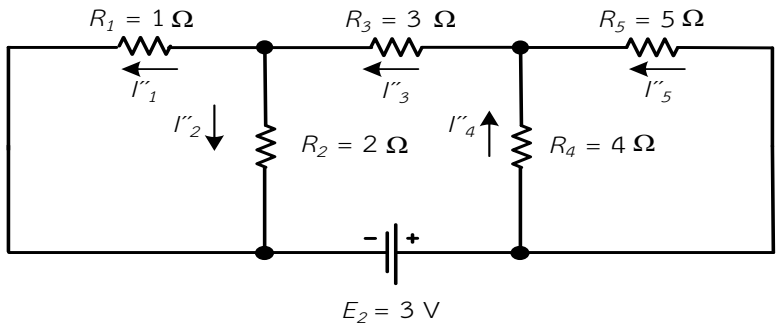
$$I'_4 = 0.755\ \text{A}$$

$$I'_5 = I'_3 \times \frac{R_4}{R_4 + R_5}$$

$$I'_5 = 1.359\ \text{A} \times \frac{4\ \Omega}{4\ \Omega + 5\ \Omega}$$

$$I'_5 = 0.604\ \text{A}$$

4. ขั้นที่ 4 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สอง คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.17



รูปที่ 15.17 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สองและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจรตามตัวอย่างที่ 15.4

5. ขั้นที่ 5 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_{T1} = \left(\frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}\right)$$

$$R_{T1} = \left(\frac{1\ \Omega \times 2\ \Omega}{1\ \Omega + 2\ \Omega}\right)$$

$$R_{T1} = 0.667\ \Omega$$

$$R_{T2} = \left(\frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5}\right)$$

$$R_{T2} = \left(\frac{4\ \Omega \times 5\ \Omega}{4\ \Omega + 5\ \Omega}\right)$$

$$R_{T2} = 2.222\ \Omega$$

$$R_T = R_{T1} + R_3 + R_{T2}$$

$$R_T = 0.667\ \Omega + 3\ \Omega + 2.222\ \Omega$$

$$R_T = 5.889\ \Omega$$

$$I''_3 = I''$$

$$I''_3 = \frac{E_2}{R_T}$$

$$I''_3 = \frac{3\ \text{V}}{5.889\ \Omega}$$

$$I''_3 = 0.509\ \text{A}$$

$$I''_2 = I'' \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I''_2 = 0.509\ \text{A} \times \frac{1\ \Omega}{1\ \Omega + 2\ \Omega}$$

$$I''_2 = 0.17\ \text{A}$$

$$I''_1 = I'' \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I''_1 = 0.509\ \text{A} \times \frac{2\ \Omega}{1\ \Omega + 2\ \Omega}$$

$$I''_1 = 0.339\ \text{A}$$

$$I''_4 = I'' \times \frac{R_5}{R_4 + R_5}$$

$$I''_4 = 0.509\ \text{A} \times \frac{5\ \Omega}{4\ \Omega + 5\ \Omega}$$

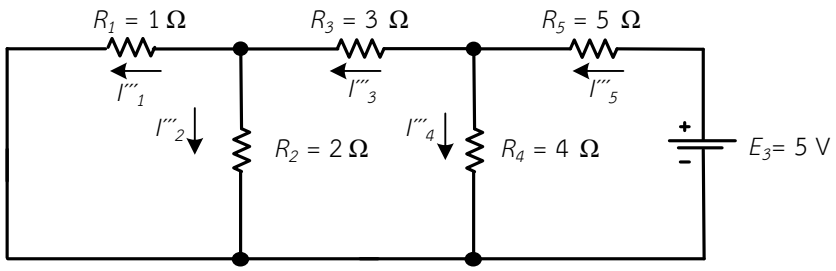
$$I''_4 = 0.283\ \text{A}$$

$$I''_5 = I'' \times \frac{R_4}{R_4 + R_5}$$

$$I''_5 = 0.509\ \text{A} \times \frac{4\ \Omega}{4\ \Omega + 5\ \Omega}$$

$$I''_5 = 0.226\ \text{A}$$

6. ขั้นที่ 6 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สาม คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ดังรูปที่ 15.18



รูปที่ 15.18 เลือกแหล่งจ่ายพลังงานตัวที่สามและทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจรตามตัวอย่างที่ 15.4

7. ขั้นที่ 7 คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร

$$R_{T1} = \left(\frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}\right) + R_3$$

$$R_{T1} = \left(\frac{1\ \Omega \times 2\ \Omega}{1\ \Omega + 2\ \Omega}\right) + 3\ \Omega$$

$$R_{T1} = 3.667\ \Omega$$

$$R_T = \left(\frac{R_{T1} \times R_4}{R_{T1} + R_4}\right) + R_5$$

$$R_T = \left(\frac{3.667\ \Omega \times 4\ \Omega}{3.667\ \Omega + 4\ \Omega}\right) + 5\ \Omega$$

$$R_T = 6.913\ \Omega$$

$$I'''_5 = \frac{E_3}{R_T}$$

$$I'''_5 = \frac{5\ \text{V}}{6.913\ \Omega}$$

$$I'''_5 = 0.723\ \text{A}$$

$$I'''_4 = I'''_5 \times \frac{R_{T1}}{R_4 + R_{T1}}$$

$$I'''_4 = 0.723\ \text{A} \times \frac{3.667\ \Omega}{4\ \Omega + 3.667\ \Omega}$$

$$I'''_4 = 0.346\ \text{A}$$

$$I'''_3 = I'''_5 \times \frac{R_4}{R_4 + R_{T1}}$$

$$I'''_3 = 0.723\ \text{A} \times \frac{4\ \Omega}{4\ \Omega + 3.667\ \Omega}$$

$$I'''_3 = 0.377\ \text{A}$$

$$I'''_2 = I'''_3 \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I'''_2 = 0.377\ \text{A} \times \frac{1\ \Omega}{1\ \Omega + 2\ \Omega}$$

$$I'''_2 = 0.126\ \text{A}$$

$$I'''_1 = I'''_3 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I'''_1 = 0.377\ \text{A} \times \frac{2\ \Omega}{1\ \Omega + 2\ \Omega}$$

$$I'''_1 = 0.251\ \text{A}$$

8. ขั้นที่ 8 นำค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร

$I_1 = I'_1 + I''_1 + I'''_1$

$I_1 = 4.906\ A + (-0.339\ A) + (-0.251\ A)$

$I_1 = 4.316\ A$

$I_2 = I'_2 + I''_2 + I'''_2$

$I_2 = 3.547\ A + 0.17\ A + 0.126\ A$

$I_2 = 3.843\ A$

$I_3 = I'_3 + I''_3 + I'''_3$

$I_3 = (-1.359\ A) + 0.509\ A + 0.377\ A$

$I_3 = -0.473\ A$

$I_4 = I'_4 + I''_4 + I'''_4$

$I_4 = 0.755\ A + (-0.283\ A) + 0.346\ A$

$I_4 = 0.818\ A$

$I_5 = I'_5 + I''_5 + I'''_5$

$I_5 = (-0.604\ A)\ A + 0.226\ A + 0.723\ A$

$I_5 = 0.345\ A$

หมายเหตุ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านความต้านทาน R_3 ที่แท้จริงถูกต้อง แสดงว่า ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าที่แท้จริงตรงข้ามกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่สมมติขึ้นมา

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_1 = I_{R1} = I_1 = 4.316$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_2 = I_{R2} = I_2 = 3.843$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_3 = I_{R3} = I_3 = -0.473$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_4 = I_{R4} = I_4 = 0.818$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

∴ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $R_5 = I_{R5} = I_5 = 0.345$ แอมแปร์ <u>ตอบ</u>

สรุปสาระสำคัญ

ทฤษฎีการทับซ้อน คือ วงจรลิเนียร์หรือวงจรแบบเชิงเส้นใด ๆ ที่มีแหล่งจ่ายพลังงาน (แหล่งกำเนิดกระแสหรือแรงดัน) ตั้งแต่สองตัวขึ้นไป เมื่อนำค่าของกระแสที่เกิดจากแหล่งพลังงานของแต่ละตัวที่จ่ายพลังงานให้แก่วงจรอย่างอิสระมารวมกันทางพีชคณิตนั้น ก็จะได้ค่ากระแสที่ไหลในแต่ละสาขาต่าง ๆ ของวงจรที่แท้จริงในขณะนั้น ในการนำทฤษฎีการทับซ้อนมาวิเคราะห์ในวงจรไฟฟ้า มีขั้นตอนดังนี้ สมมติและกำหนดทิศทางกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละสาขาของวงจร เลือกแหล่งจ่ายพลังงานหนึ่งตัว คือ ถ้าแหล่งกำเนิดแรงดันให้ลัดวงจร แต่ถ้าแหล่งกำเนิดกระแสให้เปิดวงจร ส่วนพลังงานตัวอื่น ๆ ที่เหลือทั้งหมดมาพิจารณาภายหลัง คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวในวงจร ค่าของกระแสที่ได้ในแต่ละครั้งมารวมกันทางพีชคณิต ก็จะได้ค่าของกระแสที่แท้จริงที่ไหลในวงจร